

ISSN 0002-3566 (print)

УДК 537.84

Поступила в редакцию 06.01.2017

Received 06.01.2017

**В. Г. Баштовой<sup>1</sup>, П. П. Кужир<sup>2</sup>, А. Ю. Зубарев<sup>3</sup>, В. С. Мороз<sup>4</sup>**<sup>1</sup>*Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь*<sup>2</sup>*Университет Ниццы-Софии Антиполис, Ницца, Франция*<sup>3</sup>*Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Россия*<sup>4</sup>*Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь***ДИФфуЗИЯ И МАГНИТОФОРЕЗ В НАНОДИСПЕРСНЫХ  
МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЯХ С ФАЗОВЫМ ПЕРЕХОДОМ**

В работе описаны процессы массопереноса в нанодисперсных магнитных суспензиях (магнитных жидкостях) в предположении существования частиц в них в виде двух фазовых состояний: газообразного и конденсированного, с границей фазового перехода между ними, определяемой известными условиями термодинамического равновесия. В газовой фазе распределение концентрации магнитных частиц подчиняется уравнению диффузии, а в конденсированной фазе предполагается постоянным. Процесс описывается безразмерным магнитным параметром, представляющим собой отношение магнитной энергии частицы к тепловой, а также параметром, характеризующим дипольное взаимодействие между частицами.

На основании уравнений диффузии и равновесия фаз представлено аналитическое решение одномерной задачи о распределении концентрации частиц в магнитной жидкости в неоднородном магнитном поле.

Показано, что при заданной средней концентрации частиц фазовый переход наблюдается при превышении магнитным параметром определенных значений, а область конденсированной фазы увеличивается с его ростом. При больших его значениях в рассмотренной задаче координата границы фазового перехода практически линейно зависит от средней концентрации частиц.

*Ключевые слова:* магнитная жидкость, диффузия, магнитофорез, фазовый переход, магнитное поле

**V. G. Bashtovoi<sup>1</sup>, P. P. Kuzhir<sup>2</sup>, A. Yu. Zubarev<sup>3</sup>, V. S. Moroz<sup>4</sup>**<sup>1</sup>*Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus*<sup>2</sup>*University of Nice-Sophia Antipolis, Nice, France*<sup>3</sup>*Ural Federal University, Ekaterinburg, Russia*<sup>4</sup>*Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus***DIFFUSION AND MAGNETOPHORESIS IN NANODISPERSED MAGNETIC FLUIDS  
WITH PHASE TRANSITION**

A description of mass transfer processes in nanodispersed magnetic suspensions (magnetic fluids) is proposed under the assumption that assembly of magnetic particles in them can exist in the form of two phases: gaseous and condensed, and the phase transitions are determined by well-known thermodynamic conditions of phase equilibrium and depend on concentration of particles and magnetic field intensity.

The distribution of concentration of magnetic particles in a gas phase conforms the diffusion equation, and in the condensed phase it is supposed to be constant. Process is described by the dimensionless magnetic parameter representing the relation of magnetic energy of a particle to thermal one, and also by the parameter characterizing dipole-dipole interaction between particles.

The analytical solution to one-dimensional problem on distribution of concentration of particles in a magnetic fluid in locally non-uniform magnetic field is presented on the basis of the equations of diffusion and phase equilibrium.

It is shown, that phase transition at given average concentration of particles is observed when the magnetic parameter exceeds certain value, and the area of the condensed phase increases with its increasing. At its large values the coordinate of phase transition boundary depends on average concentration of particles in the considered problem practically linearly.

*Keywords:* magnetic fluid, diffusion, magnetophoresis, phase transition, magnetic field

**Введение.** Под нанодисперсной магнитной жидкостью понимается коллоидный раствор в жидкости – носителе магнитных частиц с размерами порядка 10 нм, покрытых поверхностно-активным веществом, препятствующим их агрегированию [1]. Размер частиц, исчисляемый в нанометрах, обеспечивает броуновский характер их поведения в жидкости, обмен импульсом с молекулами жидкости-носителя, передачу импульса, полученного от взаимодействия с внешним магнитным полем, молекулам всего объема жидкости.

В неоднородном магнитном поле естественными процессами, имеющими место в такой системе, являются магнитофорез и броуновская диффузия магнитных частиц. На важность этих процессов в магнитной жидкости было обращено внимание уже в самых первых работах в этой области и в последующих монографиях [1, 2].

Наиболее ярко эти процессы оказались выраженными при работе магнитожидкостных уплотнений вследствие больших градиентов напряженности магнитного поля, существующих в них [3–5].

В последнее время указано также на важную роль, которую могут играть эти процессы в общих задачах статики магнитных жидкостей, например, при левитации магнитных и немагнитных тел в них применительно к таким устройствам, как магнитожидкостные подвесы, опоры, виброзащитные системы [5–7], а также при течении магнитных жидкостей в каналах [8]. В этих же работах сформулирована замкнутая система дифференциальных уравнений и граничных условий, дающая адекватное описание указанных процессов, в том числе применительно к магнитожидкостным уплотнениям.

Основным недостатком предложенных к настоящему времени моделей описания процессов броуновской диффузии и магнитофореза в магнитных жидкостях, основанных на классической теории этих процессов, является то, что они дают возрастание концентрации магнитных частиц вплоть до их максимально возможной плотной упаковки и выше в областях с большой напряженностью неоднородного магнитного поля. Это приводит, в частности, к аномально высоким значениям их вязкости и, соответственно, вязких напряжений при их течении [8]. Предложенное в [5] искусственное ограничение значений концентрации частиц их плотной упаковкой с физической точки зрения не является достаточно строгим, поскольку оставляет широкий произвол в выборе значения коэффициента заполнения плотной упаковки.

Однако известно, что даже в немагнитных коллоидных системах при увеличении концентрации частиц имеет место фазовый переход, сопровождающийся резким переходом коллоидного раствора в высококонцентрированную фазу, к которой обычные представления диффузионного переноса массы перестают быть справедливыми, но которая, сохраняя свойства текучести, может характеризоваться конечными значениями коэффициентов вязкости.

Ситуация эквивалентна той, которая возникает при обычном фазовом переходе газообразной среды в жидкую фазу при ее конденсации.

Очевидно, что соответствующие критические значения концентраций частиц в коллоиде должны служить естественными пределами применимости теории броуновской диффузии к магнитным коллоидам.

Известно также, что в магнитных жидкостях как коллоидных растворах магнитных частиц имеет место и особый фазовый переход к высококонцентрированной фазе, связанный со взаимодействием магнитных частиц как между собой, так и с внешним магнитным полем [2, 9–15]. Несмотря на то, что свойства такой высококонцентрированной фазы магнитной жидкости еще недостаточно изучены, имеется достаточно большое количество экспериментальных данных, свидетельствующих о ее поведении как жидкой среды. Прежде всего это относится к данным по деформации капель этой фазы в магнитных полях [2] и возможности характеризовать их соответствующим коэффициентом поверхностного натяжения.

**Физико-математическая постановка задачи.** Таким образом, для неподвижной магнитной жидкости, находящейся в неоднородном магнитном поле, в стационарном состоянии можно принять за основу существование магнитных частиц в жидкости-носителе в двух фазовых состояниях: 1) слабоконцентрированная фаза с поведением магнитных частиц, подобным газообразному состоянию («газовая фаза»), и 2) сильноконцентрированная фаза с упаковкой магнитных частиц и их поведением, подобным состоянию конденсированной несжимаемой жидкости («конденсированная фаза»).

При этом основные свойства этих фазовых состояний заключаются в следующем.

А. В соответствии с подходом, развитым в [5–7], в газовой фазе распределение концентрации  $\Phi_g$  магнитных частиц, имеющих плотность  $\rho$ , подчиняется уравнению диффузии

$$\rho \frac{\partial \Phi_g}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{i} = 0, \quad (1)$$

а плотность потока массы частиц  $\vec{i}$  в неоднородном магнитном поле с величиной напряженности  $H$  определяется следующим образом:

$$\vec{i} = -\rho D \nabla \Phi_g + \rho b \mu_0 m \Phi_g L(\xi) \nabla H, \quad (2)$$

где  $D$  – коэффициент диффузии частиц, который связан с их подвижностью  $b$  соотношением Эйнштейна  $D = kTb$ ;  $\mu_0 \approx 1,26 \cdot 10^{-6}$  Гн/м – магнитная проницаемость вакуума;  $m$  – магнитный момент отдельной частицы;  $k \approx 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная температура;  $L(\xi)$  – функция Ланжевена,  $L(\xi) = \operatorname{cth}(\xi) - 1/\xi$ ,  $\xi = \mu_0 m H / kT$ .

На непроницаемых для частиц границах нормальная компонента плотности потока массы  $i_n$  должна обращаться в ноль:

$$i_n = -\rho D \partial \Phi_g / \partial n + \rho b \mu_0 m \Phi_g L(\xi) (\partial H / \partial n) = 0. \quad (3)$$

Анализ размерностей уравнений (1), (2) показывает, что описываемая ими задача определяется одним безразмерным параметром  $U = \mu_0 m H_* / kT$ , представляющим собой отношение магнитной энергии частицы к ее тепловой энергии и включающим в себя характерное для каждой конкретной ситуации значение напряженности магнитного поля  $H_*$ .

Уравнения (1)–(3) можно привести к безразмерному виду, выбрав в качестве масштабов характерные значения входящих в них величин:  $H_*$  – для модуля напряженности магнитного поля,  $x_*$  – для пространственных координат,  $t_* = D / x_*^2$  – для времени,  $x_*^3$  – для объема. Безразмерное значение модуля напряженности магнитного поля представляет собой отношение его размерной величины к характерному значению  $H_*$ .

Тогда для безразмерных величин уравнения (1)–(3) примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_g}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{i} &= 0, \\ \vec{i} &= -\nabla \Phi_g + U \Phi_g L(\xi) \nabla H, \quad \xi = UH, \\ i_n &= -\partial \Phi_g / \partial n + U \Phi_g L(\xi) (\partial H / \partial n) = 0 \text{ на непроницаемой границе.} \end{aligned} \quad (4)$$

Использование одних и тех же букв для обозначения размерных и безразмерных величин не должно вызывать недоразумений, если это заранее оговорено.

В стационарном случае в объеме жидкости с непроницаемыми границами в соответствии с (4) плотность потока массы во всем объеме обращается в ноль:

$$\vec{i} = -\nabla \Phi_g + U \Phi_g L(\xi) \nabla H = 0, \quad \xi = UH. \quad (5)$$

Чаще всего типичная магнитная жидкость содержит в качестве твердой магнитной фазы частицы магнетита с намагниченностью  $4,46 \cdot 10^5$  А/м [1]. При их характерных диаметрах  $d$  около  $10^{-8}$  м и соответственно объеме  $5,2 \cdot 10^{-25}$  м<sup>3</sup> магнитный момент частиц составляет примерно  $2,3 \cdot 10^{-19}$  Дж/Тл. Тогда при комнатных температурах  $T = 300$  К значение  $U$  порядка единицы имеет место при характерной напряженности магнитного поля  $H_*$  порядка  $10^4$  А/м. В реальных ситуациях, например в зазорах магнитожидкостных уплотнений, в которых создаются сильные магнитные поля до  $10^6$  А/м с большими градиентами, значения параметра  $U$  могут достигать нескольких десятков.

Суммарный объем магнитных частиц  $V_{mg}$  в объеме  $V_g$ , занимаемом этой фазой, равен  $V_{mg} = \int_{V_g} \Phi_g dV$ .

В. Конденсированная фаза имеет постоянную концентрацию магнитных частиц,  $\Phi_c = \text{const}$ , соответствующую условиям термодинамического сосуществования фаз.

Суммарный объем магнитных частиц  $V_{mc}$  в объеме  $V_c$ , занимаемом этой фазой, равен  $V_{mc} = \int_{V_c} \Phi_c dV = \Phi_c V_c$ .

Магнитное взаимодействие магнитных частиц в конденсированной фазе носит диполь-дипольный характер, определяется магнитным моментом частицы  $m$  и характеризуется безразмерным параметром  $\lambda = \frac{\mu_0 m^2}{4\pi d^3 kT}$ , представляющим отношение энергии диполь-дипольного взаимодействия к тепловой энергии. Для частиц магнетита с приведенными выше характеристиками и при комнатной температуре параметр  $\lambda$  имеет значение примерно 1,3.

С. Средняя концентрация частиц  $\Phi_0$  во всем рассматриваемом объеме  $V$  магнитной жидкости является постоянной и заранее заданной величиной

$$\frac{1}{V} \left[ \int_{V_g} \Phi_g dV + \int_{V_c} \Phi_c dV \right] = \frac{1}{V} \left[ \int_{V_g} \Phi_g dV + \Phi_c V_c \right] = \Phi_0. \quad (6)$$

Д. Намагниченность магнитной жидкости  $M$  при любом фазовом состоянии магнитных частиц зависит от их концентрации  $\Phi$ , намагниченности отдельной магнитной частицы  $M_m$  и от напряженности магнитного поля по закону Ланжевена:  $M = M_m \Phi(x) L(\xi)$ . Намагниченность магнитных частиц  $M_m$  предполагается однородной по их объему и равной отношению их магнитного момента  $m$  к их объему  $V_p$ :  $M_m = m/V_p$ .

Е. Концентрации частиц в каждом из фазовых состояний определяются термодинамическими условиями сосуществования фаз. В дальнейшем принимается подход, развитый в [9–12], который привел к удобным для использования аналитическим соотношениям сосуществования фаз в магнитной жидкости с учетом дипольного взаимодействия между магнитными частицами.

В этих работах получены следующие выражения для химических потенциалов  $\zeta$  и парциальных давлений  $p$  для каждого из фазовых состояний частиц в магнитной жидкости:

$$\zeta_g(\Phi_g, \xi, \lambda) = kT \left[ \ln \Phi_g + \Phi_g \frac{8 - 9\Phi_g + 3\Phi_g^2}{(1 - \Phi_g)^3} + \ln \frac{\xi}{\sinh \xi} - 8 \left( L^2(\xi) \lambda + \frac{1}{3} \lambda^2 \right) \Phi_g \right], \quad (7)$$

$$p_g(\Phi_g, \xi, \lambda) = \frac{kT}{V_p} \left[ \Phi_g \frac{1 + \Phi_g + \Phi_g^2 - \Phi_g^3}{(1 - \Phi_g)^3} - 4 \left( L^2(\xi) \lambda + \frac{1}{3} \lambda^2 \right) \Phi_g^2 \right], \quad (8)$$

$$\zeta_c(\Phi_c, \xi, \lambda) = kT \left[ \frac{A}{\Phi_m} \ln \frac{\Phi_c}{\Phi_m - \Phi_c} + \frac{A}{\Phi_m - \Phi_c} + C + \ln \frac{\xi}{\sinh \xi} - 8 \left( L^2(\xi) \lambda + \frac{1}{3} \lambda^2 \right) \Phi_c \right], \quad (9)$$

$$p_c(\Phi_c, \xi, \lambda) = \frac{kT}{V_p} \left[ \Phi_c \frac{A}{\Phi_m - \Phi_c} - 4 \left( L^2(\xi) \lambda + \frac{1}{3} \lambda^2 \right) \Phi_c^2 \right]. \quad (10)$$

Первые слагаемые в правой части этих уравнений описывают классическую суспензию, а последние, содержащие магнитные параметры  $\xi$  и  $\lambda$ , связаны с магнитными свойствами частиц. В этих выражениях  $V_p$  – объем наночастицы,  $\Phi_m = 0,74$  – максимальный упаковочный коэффициент для кубической гранецентрированной упаковки,  $A \approx 2,2$  и  $C \approx 1,255$  являются константами, определяющими фазовый переход порядок-беспорядок в отсутствие магнитного поля [16].

Равновесие между двумя фазами определяется равенством их химических потенциалов  $\zeta$  и осмотических давлений  $p$  на границе раздела фаз [16]:

$$\zeta_g(\Phi_g, \xi, \lambda) = \zeta_c(\Phi_c, \xi, \lambda), \quad p_g(\Phi_g, \xi, \lambda) = p_c(\Phi_c, \xi, \lambda). \quad (11)$$

С учетом (7)–(10) эти условия принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} & \ln \Phi_g + \Phi_g \frac{8 - 9\Phi_g + 3\Phi_g^2}{(1 - \Phi_g)^3} - 8 \left( L^2(\xi) \lambda + \frac{1}{3} \lambda^2 \right) \Phi_g = \\ & = \frac{A}{\Phi_m} \ln \frac{\Phi_c}{\Phi_m - \Phi_c} + \frac{A}{\Phi_m - \Phi_c} + C - 8 \left( L^2(\xi) \lambda + \frac{1}{3} \lambda^2 \right) \Phi_c, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\Phi_g \frac{1 + \Phi_g + \Phi_g^2 - \Phi_g^3}{(1 - \Phi_g)^3} - 4 \left( L^2(\xi)\lambda + \frac{1}{3}\lambda^2 \right) \Phi_g^2 = \Phi_c \frac{A}{\Phi_m - \Phi_c} - 4 \left( L^2(\xi)\lambda + \frac{1}{3}\lambda^2 \right) \Phi_c^2. \quad (13)$$

При отсутствии магнитного поля или в случае немагнитных частиц  $\lambda = 0$  эти уравнения имеют решением  $\Phi_g = 0,495$  и  $\Phi_c = 0,545$  [16].

Уравнения (8), (9) решаются численно относительно концентраций  $\Phi_g$  и  $\Phi_c$  при различных значениях напряженности магнитного поля  $\xi$  и параметра  $\lambda$ . В результате могут быть найдены и построены диаграммы фазового равновесия  $\Phi_g(\xi, \lambda)$  и  $\Phi_c(\xi, \lambda)$ , определяющие границу раздела между двумя фазовыми состояниями магнитной жидкости – газообразным и конденсированным.

**Одномерная задача.** Рассмотрим процесс перераспределения концентрации частиц в магнитной жидкости с учетом фазового перехода в ней на примере объема, расположенного в плоском зазоре с локальной неоднородностью магнитного поля, как изображено на рис. 1. Данная задача может моделировать поведение магнитной жидкости в зазоре магнитожидкостного уплотнения [5].

Пусть объем однородной магнитной жидкости ( $-l \leq x \leq l$ ,  $0 \leq y \leq h$ ) заполняет зазор между двумя плоскопараллельными твердыми границами  $y = 0$  и  $y = h$  (см. рис. 1). Боковые границы объема полагаются плоскими. Магнитная жидкость удерживается в зазоре неоднородным магнитным полем  $H(x)$ , создаваемым заостренным полюсом постоянного магнита (МР). Соответственно распределение концентрации частиц в жидкости тоже будет функцией только координаты  $x$ . Часть этого объема  $-a < x < a$ , находящаяся вблизи полюса в области с максимальной напряженностью магнитного поля, может представлять собой конденсированную фазу магнитных частиц, а область  $a \leq |x| \leq l$  – газообразную. Положение границы раздела между этими фазами  $x = a$  должно определяться в процессе решения задачи.

В качестве характерных масштабов в данной задаче удобно использовать для координаты  $x$  полудлину объема жидкости:  $x_* = l$ , для модуля напряженности магнитного поля – его максимальное значение в точке  $x = 0$ :  $H_* = H(0)$ , а безразмерную координату границы раздела фаз определить как  $s = a/l$ .

Далее все рассмотрение проведем для безразмерных величин.

Все границы объема магнитной жидкости будут предполагаться непроницаемыми для частиц и соответственно плотность потока массы на этих границах будет равна нулю:  $i_x = 0$  при  $x = \pm l$ , а также во всем объеме жидкости. В соответствии с уравнением (5) это означает

$$\frac{d\Phi_g}{dx} = U\Phi_g L(UH) \frac{dH}{dx}. \quad (14)$$

Общее решение этого уравнения имеет следующий вид:

$$\Phi_g = D \frac{sh[UH(x)]}{H(x)} \quad (15)$$

и дает распределение концентрации частиц в газовой фазе магнитной жидкости.

В силу симметрии задачи рассмотрим только правую часть  $0 \leq x \leq l$  этого объема.

Постоянная  $D$  находится из условия (6), определяющего постоянство средней концентрации частиц  $\Phi_0$  в жидкости, которое в данном случае становится следующим:

$$\Phi_c s + \int_s^1 \Phi_g dx = \Phi_0 \text{ при } s > 0, \quad (16)$$

$$\int_0^1 \Phi_g dx = \Phi_0 \text{ при } s \leq 0.$$

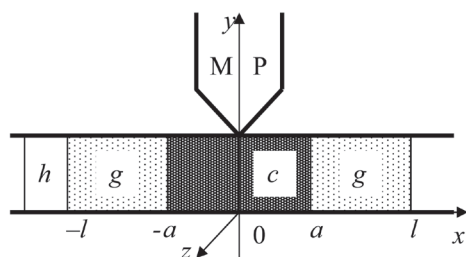


Рис. 1. Геометрия задачи:  $c$  – область конденсированной фазы,  $g$  – область газообразной фазы, МР – полюс магнитной системы  
Fig. 1. Geometry of the problem:  $c$  – region of condensed phase,  $g$  – region of gas phase, МР – pole of a magnet system



Для магнитного поля можно принять модельную аппроксимацию  $H = H(x)$ , обеспечивающую его достаточно быстрое убывание по мере удаления от полюса. Как показали проведенные нами измерения напряженности магнитного поля в зазоре реального магнитожидкостного уплотнения, хорошей аппроксимацией его является выражение  $H = 1/(1 + 3x^2)$ , которое в дальнейшем будет использовано при расчетах. Соответствие между этой аппроксимацией и экспериментальными данными представлено на рис. 2.

В итоге нахождение распределения концентрации частиц с учетом фазового перехода и определение координаты границы раздела фаз сводится к решению следующих уравнений:

1) при  $0 < x < s$ :  $\Phi = \Phi_c$ ;

2) при  $s \leq x \leq 1$ :

$$\Phi_g = D \frac{sh[UH(x)]}{H(x)}; \quad (17)$$

3) при  $x = s$ :

$$\ln \Phi_g + \Phi_g \frac{8 - 9\Phi_g + 3\Phi_g^2}{(1 - \Phi_g)^3} = \frac{A}{\Phi_m} \ln \frac{\Phi_c}{\Phi_m - \Phi_c} + \frac{A}{\Phi_m - \Phi_c} + C - 8 \left( L^2(\xi)\lambda + \frac{1}{3}\lambda^2 \right) \Phi_c, \quad (18)$$

$$\Phi_g \frac{1 + \Phi_g + \Phi_g^2 - \Phi_g^3}{(1 - \Phi_g)^3} = \Phi_c \frac{A}{\Phi_m - \Phi_c} - 4 \left( L^2(\xi)\lambda + \frac{1}{3}\lambda^2 \right) \Phi_c. \quad (19)$$

$$4) \quad \Phi_c s + D \int_s^1 \frac{sh(UH)}{H} = \Phi_0. \quad (20)$$

Прежде всего, рассмотрим простейшую ситуацию, когда фазовый переход обусловлен только таким механизмом, который имеет место в коллоидах обычных немагнитных частиц [16], то есть пренебрегаем магнитным взаимодействием частиц и положим  $\lambda = 0$ . Тогда уравнения (18) и (19) дают  $\Phi_c(s) = 0,545$  и  $\Phi_g(s) = 0,495$ . Распределение концентрации частиц в газовой фазе определяется решением (13):  $\Phi_g = D \frac{sh(UH)}{H}$ , которое на границе раздела  $x = s$  дает для  $\Phi_g$  значение 0,495 и определяет величину неизвестной постоянной  $D$ :

$$D = 0,495 \frac{H(s)}{sh[UH(s)]}. \quad (21)$$

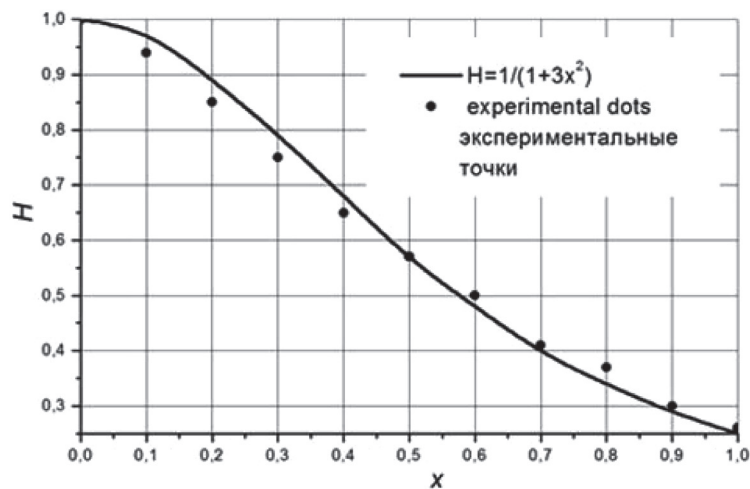


Рис. 2. Распределение напряженности магнитного поля в зазоре реального магнитожидкостного уплотнения. Сплошная линия – аппроксимация выражением  $H = 1/(1 + 3x^2)$ , точки – экспериментальные данные  $H_* = 1,6 \cdot 10^6$  А/м,  $l = 1$  мм

Fig. 2. Distribution of magnetic field intensity in a gap of real magnetic fluid seal. The solid line – approximation by expression  $H = 1/(1 + 3x^2)$ , dots – experimental data.  $H_* = 1,6 \cdot 10^6$  А/м,  $l = 1$  mm

Координата границы раздела фаз  $s$  определяется из условия постоянства средней концентрации частиц (20), которое с учетом (21) становится следующим:

$$0,545s + 0,495 \frac{H(s)}{sh[UH(s)]} \int_s^1 \frac{sh(UH)}{H} dx = \Phi_0 \quad (22)$$

и должно быть решено относительно  $s$  при заданной конфигурации магнитного поля и значениях остальных параметров  $U$  и  $\Phi_0$ .

В уравнении (22) сразу обращает на себя внимание тот факт, что при переходе подавляющего числа частиц в магнитной жидкости в концентрированную фазу, например при больших значениях напряженности магнитного поля (т. е. при больших значениях параметра  $U$ ), первое слагаемое в левой части этого уравнения будет много больше второго и координата точки фазового перехода  $s$  будет определяться линейной зависимостью

$$s = \Phi_0 / 0,545. \quad (23)$$

**Результаты.** Результаты расчетов, выполненных по уравнениям (17)–(22), представлены на рис. 3–5.

На рис. 3 изображено типичное распределение концентрации  $\Phi$  частиц в магнитной жидкости в зависимости от магнитного параметра  $U$  при начальной средней концентрации частиц  $\Phi_0 = 0,1$ . С ростом  $U$  концентрация частиц в области максимальной напряженности поля увеличивается до тех пор, пока не достигнет значения  $\Phi = 0,495$  при  $U$ , равном примерно 10. Все большее количество частиц концентрируется в этой области, а вдали от нее концентрация частиц снижается. При дальнейшем увеличении напряженности магнитного поля (и, соответственно, параметра  $U$ ) в точке его максимального значения в магнитной жидкости возникает фазовый переход и начинает формироваться область конденсированной фазы с высокой концентрацией частиц  $\Phi = 0,545$ , которая остается постоянной. В точке фазового перехода концентрация частиц в жидкости резко изменяется от значения 0,495 до 0,545 и кривые распределения концентрации претерпевают излом. Точка излома этих кривых, определяющая координату границы фазового перехода  $s$ , с ростом  $U$  смещается вправо, а область с конденсированной фазой частиц увеличивается, что демонстрируется поведением кривых 5–7 на графиках рис. 3.

Следует отметить, что учет дипольного взаимодействия частиц ( $\lambda \neq 0$ ) в уравнениях (14), (15) делает разницу концентраций частиц в газообразном и конденсированном фазовых состояниях гораздо более значительной, чем 0,495 и 0,545 [12].

При больших значениях параметра  $U$  в области с максимальной напряженностью магнитного поля собирается практически все количество магнитных частиц, так что оставшаяся область становится практически без них, то есть немагнитной. В магнитожидкостных уплотнениях этот немагнитный объем жидкости перестает удерживаться и может вытекать наружу в виде

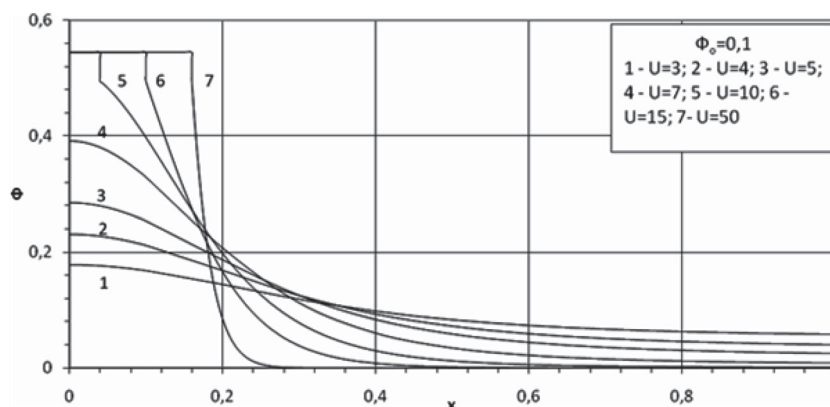


Рис. 3. Типичное распределение концентрации  $\Phi$  частиц в магнитной жидкости в зависимости от магнитного параметра  $U$

Fig. 3. Typical distribution of particle concentration  $\Phi$  in magnetic fluid depending on magnetic parameter  $U$

практически чистой жидкости-основы. На ранних стадиях исследования магнитожидкостных уплотнений это явление связывалось с ненадлежащим качеством магнитной жидкости. Как следует из приведенных результатов, это явление может иметь место и в идеальном коллоиде магнитных частиц, поскольку процессы диффузии и магнитофореза являются неотъемлемыми их атрибутами.

На рис. 4 отражена зависимость координаты точки фазового перехода  $s$  в магнитной жидкости от средней концентрации частиц  $\Phi_0$ .

Области слева от изображенных на рис. 4 кривых соответствуют состояниям, исключаящим фазовый переход в магнитной жидкости. Точки пересечения кривых с осью  $\Phi_0$  определяют то предельное (минимальное) значение средней концентрации частиц  $\Phi_* = \Phi_0(s = 0)$ , при котором в жидкости может иметь место фазовый переход при заданной величине магнитного параметра  $U$ .

Зависимость этого предельного значения средней концентрации частиц  $\Phi_*$  от магнитного параметра  $U$  представлена на рис. 5.

Из рис. 4 также видно, что с ростом средней концентрации частиц при той же величине магнитного поля (параметра  $U$ ) значения  $s$  растут, то есть область конденсированной фазы увеличивается в размерах. Это же имеет место и при увеличении напряженности магнитного поля (магнитного параметра  $U$ ) для жидкости с постоянным значением средней концентрации  $\Phi_0$ . При больших значениях  $U$  кривые на рис. 4 все больше приближаются к прямой, описываемой формулой (23),  $s = \Phi_0 / 0,545$ , а все кривые имеют практически один и тот же угол наклона при больших  $s$ .

**Заключение.** Таким образом, принятое физико-математическое представление процессов диффузии и магнитофореза в магнитной жидкости, включающее в рассмотрение концентрационные фазовые переходы, показало свою адекватность при решении конкретной задачи массопереноса в локально неоднородном магнитном поле и позволило установить конкретные распределения концентрации частиц от описывающих задачу параметров, а также зависимости от них геометрических размеров областей с различными фазовыми состояниями частиц.

#### Список использованных источников

1. Rosensweig, R. E. *Ferrohydrodynamics* / R. E. Rosensweig. – N. Y.: Cambridge Univ. Press, 1985. – 344 p.
2. Блум, Э. Я. *Магнитные жидкости* / Э. Я. Блум, М. М. Майоров, А. О. Цеберс. – Рига: Зинатне, 1989. – 386 с.
3. Taketomi, S. Motion of ferrite particles under a high gradient magnetic field in a magnetic fluid seal / S. Taketomi // *Jap. J. Appl. Phys.* – 1980. – Vol. 19, N 10. – P. 1929–1936.
4. Behavior of magnetic liquids in an inhomogeneous magnetic field / I. Anton [et al.] // *Magnetohydrodynamics*. – 1985. – Vol. 21, N 3. – P. 213–218.

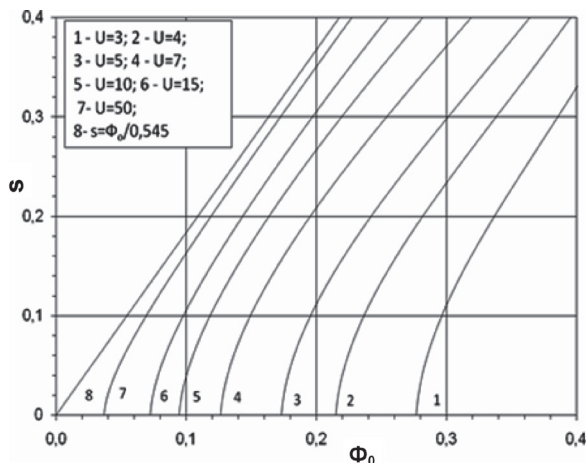


Рис. 4. Зависимость координаты точки фазового перехода  $s$  в магнитной жидкости от средней концентрации частиц  $\Phi_0$  при разных значениях магнитного параметра  $U$

Fig. 4. Dependence of coordinate of phase transition point  $s$  in magnetic fluid on average particle concentration  $\Phi_0$  at different values of magnetic parameter  $U$

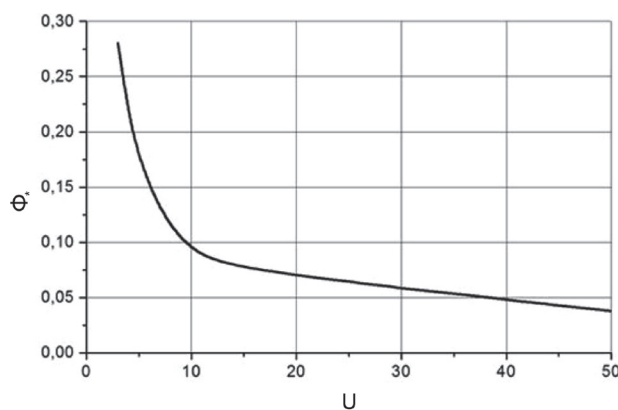


Рис. 5. Зависимость предельного значения средней концентрации частиц  $\Phi_*$  от магнитного параметра  $U$

Fig. 5. Dependence of limit value of average concentration of particles  $\Phi_*$  on magnetic parameter  $U$



5. Баштовой, В. Г. Влияние процессов диффузии на статику магнитных жидкостей / В. Г. Баштовой, В. К. Полевиков, А. М. Альгадал // Изв. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2006. – № 3. – С. 42–48.
6. The effect of magnetophoresis and Brownian diffusion on the levitation of bodies in a magnetic fluid / V. G. Bashtovoi [et al.] // *Magnetohydrodynamics*. – 2008. – Vol. 44, N 2. – P. 121–126.
7. Influence of Brownian Diffusion on the Statics of Magnetic Fluid / V. G. Bashtovoi [et al.] // *Magnetohydrodynamics*. – 2007. – Vol. 43, N 1. – P. 3–11.
8. Influence of Mass Transfer Processes on Couette Flow of Magnetic Fluid / V. G. Bashtovoi [et al.] // *J. of Nano- and Electronic Phys.* – 2013. – Vol. 5, N 4. – P. 04011–04013.
9. Zubarev, A. Y. Theory of structural transformations in ferrofluids: chains and gas–liquid phase transitions / A. Y. Zubarev, L. Y. Iskakova // *Phys. Rev.* – 2002. – Vol. 65, N 6. – P. 061406.
10. Zubarev, A. Y. Phase transitions in electro- and magnetorheological fluids / A. Y. Zubarev, L. Y. Iskakova // *Colloid J.* – 2003. – Vol. 65, iss. 2. – P. 159–165.
11. Iskakova, L. Y. On the theory of phase transitions in magnetorheological suspensions / L. Y. Iskakova, A. Y. Zubarev, A. P. Romanchuk // *Colloid J.* – 2005. – Vol. 67, iss. 5. – P. 564–572.
12. Behavior of nanoparticle clouds around a magnetized micro-sphere under magnetic and flow fields / C. Magnet [et al.] // *Phys. Rev. E*. – 2014. – Vol. 89, N 3. – Article number 032310.
13. Pshenichnikov, A. F. Magnetophoresis of particles and aggregates in concentrated magnetic fluids / A. F. Pshenichnikov, A. S. Ivanov // *Phys. Rev. E*. – 2012. – Vol. 86, N 5. – Article number 051401.
14. Pshenichnikov, A. F. Magnetophoresis, sedimentation, and diffusion of particles in concentrated magnetic fluids / A. F. Pshenichnikov, E. A. Elfimova, A. O. Ivanov // *J. Chem. Phys.* – 2011. – Vol. 134, iss. 18. – Article number 184508.
15. Pshenichnikov, A. F. Sedimentation of particles in concentrated magnetic fluids: Numerical simulation / A. F. Pshenichnikov, A. A. Kuznetsov // *Magnetohydrodynamics*. – 2015. – Vol. 51, iss. 3. – P. 551–560.
16. Russel, W. B. *Colloidal Dispersions* / W. B. Russel, D. A. Saville, W. R. Schowalter. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1989. – 525 p.

## References

1. Rosensweig R. E. *Ferrohydrodynamics*. N. Y., Cambridge University Press, 1985. 344 p.
2. Blum E. Ya., Maiorov M. M., Tsebers A. O. *Magnetic fluids*. Riga, Zinatne Publ., 1989. 386 p. (in Russian).
3. Taketomi S. Motion of ferrite particles under a high gradient magnetic field in a magnetic fluid seal. *Japanese Journal of Applied Physics*, 1980, vol. 19, no. 10, pp. 1929–1936. Doi: 10.1143/jjap.19.1929
4. Anton I., Vekash L., Potents I., Bika D. Behavior of magnetic liquids in an inhomogeneous magnetic field. *Magnetohydrodynamics*, 1985, vol. 21, no. 3, pp. 213–218.
5. Bashtovoi V. G., Polevikov V. K., Algadal A. M. The effect of diffusion processes on the statics of magnetic fluids. *Vestsi Natsyynal'най akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk* [Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series], 2006, no. 3, pp. 42–48 (in Russian).
6. Bashtovoi V. G., Polevikov V. K., Suprun A. E., Stroots A. V., Beresnev S. A. The effect of magnetophoresis and Brownian diffusion on the levitation of bodies in a magnetic fluid. *Magnetohydrodynamics*, 2008, vol. 44, no. 2, pp. 121–126.
7. Bashtovoi V. G., Polevikov V. K., Suprun A. E., Stroots A. V., Beresnev S. A. Influence of Brownian Diffusion on the Statics of Magnetic Fluid. *Magnetohydrodynamics*, 2007, vol. 43, no. 1, pp. 3–11.
8. Bashtovoi V. G., Pogirnikskaya S. G., Kuzhir P., Polunin V. M., Ryapolov P. A., Shabanova I. A., Storozhenko A. M. Influence of Mass Transfer Processes on Couette Flow of Magnetic Fluid. *Zhurnal nano- ta elektronnoy fiziki* [Journal of Nano- and Electronic Physics], 2013, vol. 5, no. 4, pp. 04011–04013.
9. Zubarev A. Y., Iskakova L. Y. Theory of structural transformations in ferrofluids: chains and gas–liquid phase transitions. *Physical Review*, 2002, vol. 65, no. 6, pp. 061406. Doi: 10.1103/physreve.65.061406
10. Zubarev A. Y., Iskakova L. Y. Phase Transitions in Electro- and Magnetorheological Fluids. *Colloid Journal*, 2003, vol. 65, iss. 2, pp. 159–165. Doi: 10.1023/A:1023360907327
11. Iskakova L. Y., Zubarev A. Y., Romanchuk A. P. On the theory of phase transitions in magnetorheological suspensions. *Colloid Journal*, 2005, vol. 67, iss. 5, pp. 564–572. Doi: 10.1007/s10595-005-0134-0
12. Magnet C., Kuzhir P., Bossis G., Meunier A., Nave S., Zubarev A., Lomenech C., Bashtovoi V. Behavior of nanoparticle clouds around a magnetized micro-sphere under magnetic and flow fields. *Physical Review E*, 2014, vol. 89, no. 3, 032310. Doi: 10.1103/physreve.89.032310
13. Pshenichnikov A. F., Ivanov A. S. Magnetophoresis of particles and aggregates in concentrated magnetic fluids. *Physical Review E*, 2012, vol. 86, no. 5, 051401. Doi: 10.1103/physreve.86.051401
14. Pshenichnikov A. F., Elfimova E. A., Ivanov A. O. Magnetophoresis, sedimentation, and diffusion of particles in concentrated magnetic fluids. *Journal of Chemical Physics*, 2011, vol. 134, iss. 18, 184508. Doi: 10.1063/1.3586806
15. Pshenichnikov A. F., Kuznetsov A. A. Sedimentation of particles in concentrated magnetic fluids: Numerical simulation. *Magnetohydrodynamics*, 2015, vol. 51, iss. 3, pp. 551–560.
16. Russell W. B., Saville D. A., Schowalter W. R. *Colloidal Dispersions*. Cambridge, Cambridge University Press, 1989. 525 p.

## Информация об авторах

*Баштовой Виктор Григорьевич* – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой ЮНЕСКО «Энергосбережение и возобновляемые источники энергии», Белорусский национальный технический университет (пр. Независимости, 65, 22013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: bashv@rambler.ru

*Кужир Павел Павлович* – доктор наук, лектор, Университет Ниццы-Софии Антиполис (Park Valrose – 06108 Nice, cedex 2, France). E-mail: pavel.kuzhir@unice.fr

*Зубарев Андрей Юрьевич* – доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Уральский федеральный университет (ул. Мира, 19, 620002, Екатеринбург, Российская Федерация). E-mail: A.J.Zubarev@urfu.ru

*Мороз Виктория Сергеевна* – ассистент кафедры ЮНЕСКО «Энергосбережение и возобновляемые источники энергии», Белорусский национальный технический университет (пр. Независимости, 65, 22013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: v\_moroz\_17@mail.ru

## Для цитирования

Диффузия и магнитофорез в нанодисперсных магнитных жидкостях с фазовым переходом / В. Г. Баштовой [и др.] // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2017. – № 2. – С. 78–87.

## Information about the authors

*Bashtovoi Viktor Grigorievich* – Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Head of the UNESCO Chair “Energy conservation and renewable energies”, Belarusian National Technical University (65, Nezavisimosti Ave., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: bashv@rambler.ru

*Kuzhir Pavel Pavlovich* – Ph. d., Lector, University of Nice-Sophia Antipolis (Park Valrose – 06108 Nice, cedex 2, France). E-mail: pavel.kuzhir@unice.fr

*Zubarev Andrei Yurievich* – Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Principal Researcher, Ural Federal University (19, Mira Str., 620002, Ekaterinburg, Russian Federation). E-mail: A.J.Zubarev@urfu.ru

*Moroz Victoria Sergeevna* – Assistant of the UNESCO Chair “Energy conservation and renewable energies”, Belarusian National Technical University (65, Nezavisimosti Ave., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: v\_moroz\_17@mail.ru

## For citation

Bashtovoi V. G., Kuzhir P. P., Zubarev A. Yu., Moroz V. S. Diffusion and magnetophoresis in nanodispersed magnetic fluids with phase transition. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk* [Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series], 2017, no. 2, pp. 78–87 (in Russian).